

УДК 629.3.015:532.595:519.87

DOI <https://doi.org/10.32782/3041-2080/2026-7-22>

МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ КРИТИЧНИХ РЕЖИМІВ РУХУ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ З РІДКИМ НАПОВНЕННЯМ

Фомін Олексій Вікторович,

доктор технічних наук, професор,
професор кафедри вагонів та вагонного господарства
Національного транспортного університету
ORCID ID: 0000-0003-2387-9946

Кузьменко Сергій Валентинович,

кандидат технічних наук, доцент,
декан факультету транспорту і будівництва
Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля
ORCID ID: 0000-0003-0871-9864

Шелест Сергій Миколайович,

аспірант кафедри транспортних технологій і систем
Державного некомерційного підприємства
«Державний університет «Київський авіаційний інститут»
ORCID ID: 0009-0009-4381-4884

Лясковець Юрій Степанович,

аспірант кафедри навігації та управління суднами
Національного транспортного університету
ORCID ID: 0009-0006-5417-485X

Мазниченко Максим Олександрович,

аспірант кафедри навігації та управління суднами
Національного транспортного університету
ORCID ID: 0009-0008-7947-8176

Метою роботи є створення математичного апарату та алгоритмів для оперативного прогнозування виникнення критичних режимів (втрата курсової стійкості, перекидання) транспортних засобів із рідким наповненням. У дослідженні використано комплексний підхід: методи класичної механіки, гідродинаміки ідеальної нестисливої рідини, варіаційні методи, чисельне інтегрування диференціальних рівнянь руху в середовищі MATLAB/Simulink, а також другий метод Ляпунова для аналізу стійкості нелінійних систем. Додатково застосовано елементи обчислювальної гідродинаміки для верифікації результатів.

Встановлено, що додавання однієї поздовжньої перегородки знижує амплітуду коливань на 35–40%, а комбінація поздовжньої та двох поперечних – на 60%, підвищуючи поріг виникнення критичного режиму на 25–30% за бічним прискоренням.

Наукова новизна полягає в удосконаленні математичного апарату оцінки динамічних станів транспортних засобів із рідким вантажем шляхом введення критерію $S(t)$ та функції Ляпунова для ідентифікації точок біфуркації в реальному часі. Практична цінність роботи полягає у створенні алгоритму, який може бути інтегрований в бортові системи активної безпеки для запобігання перекиданню автоцистерн, танк-контейнерів та залізничних вагонів-цистерн. Результати можуть бути використані при розробці міжнародних стандартів безпеки перевезень небезпечних вантажів.

Запропонована модель дозволяє кількісно оцінювати ризик втрати стійкості з випередженням до 1.4 с, що достатньо для автоматичного гальмування. Доведено, що неповне заповнення (40–60%) є критичним фактором ризику, а встановлення перегородок суттєво підвищує безпеку. Подальші дослідження будуть спрямовані на врахування в'язкості нафтопродуктів при низьких температурах та використання нейронних мереж для зменшення обчислювальних витрат.

Ключові слова: машинобудування, транспортні засоби, математичне прогнозування, критичні режими руху, стійкість, резонанс, цистерна.

Fomin Oleksii, Kuzmenko Serhii, Shelest Serhii, Liaskovets Yurii, Maznychenko Maksym. Mathematical prediction of critical motion modes of vehicles with liquid filling

The aim of the work is to create a mathematical apparatus and algorithms for the operational prediction of the occurrence of critical modes (loss of directional stability, rollover) of vehicles with liquid filling. The study used a comprehensive approach: methods of classical mechanics, hydrodynamics of an ideal incompressible fluid, variational methods, numerical integration of differential equations of motion in the MATLAB/Simulink environment, as well as the second Lyapunov method for analyzing the stability of nonlinear systems. Additionally, elements of computational hydrodynamics were used to verify the results.

It was found that the addition of one longitudinal partition reduces the amplitude of oscillations by 35–40%, and the combination of a longitudinal and two transverse ones by 60%, increasing the threshold of the occurrence of a critical mode by 25–30% in lateral acceleration.

The scientific novelty consists in improving the mathematical apparatus for assessing the dynamic states of vehicles with liquid cargo by introducing the $S(t)$ criterion and the Lyapunov function for identifying bifurcation points in real time. The practical value of the work lies in creating an algorithm that can be integrated into on-board active safety systems to prevent overturning of road tankers, tank containers and railway tank cars. The results can be used in the development of international safety standards for the transportation of dangerous goods. The proposed model allows for the quantitative assessment of the risk of loss of stability with an advance of up to 1.4 s, which is sufficient for automatic braking. It is proven that incomplete filling (40–60%) is a critical risk factor, and the installation of partitions significantly increases safety. Further research will be aimed at taking into account the viscosity of petroleum products at low temperatures and the use of neural networks to reduce computational costs.

Key words: mechanical engineering, vehicles, mathematical prediction, critical driving modes, stability, resonance, tank.

Актуальність. Сучасний розвиток транспортної логістики вимагає підвищення безпеки перевезення рідких вантажів у цистернах різного призначення. Однією з ключових проблем є коливання вільної поверхні рідини під час руху, які створюють додаткові динамічні навантаження та суттєво впливають на керованість транспортного засобу. У разі виникнення критичних режимів руху це часто призводить до перекидання або втрати курсової стійкості, що спричиняє значні екологічні та економічні збитки. Особливо гостро проблема проявляється при неповному заповненні резервуарів, коли ефект «бовтання» рідини досягає максимуму.

Традиційні методи оцінки стійкості часто не враховують нелінійну взаємодію між корпусом машини та масою рідини, що переміщується. Саме тому математичне прогнозування таких станів набуває важливого значення: воно дозволяє заздалегідь оцінити ризики та впровадити системи активної безпеки. Актуальність роботи підтверджується також необхідністю гармонізації вітчизняних норм безпеки з міжнародними стандартами.

Аналіз літератури. В статті [1] автори розробляють математичні моделі транспортних засобів і вантажів, що дозволяє враховувати динамічну взаємодію системи «шасі–вантаж». У контексті перевезення рідин такі моделі можуть бути адаптовані для опису внутрішніх переміщень маси рідини. Особливу цінність становить можливість прогнозування нестійких режимів руху через зміну положення центру мас.

Автори [2] досліджують міцність танк-контейнерів відповідно до міжнародних норм,

що прямо впливає на безпечність перевезення рідких вантажів. У роботі враховано навантаження, спричинені динамікою рідини під час руху. Це дозволяє опосередковано оцінювати критичні режими, при яких можливе перевищення допустимих напружень.

Дослідники [3] виконують ґрунтовний огляд чисельних методів моделювання слошингу рідини в частково заповнених резервуарах. У роботі проаналізовано підходи CFD, SPH та інші методи, що застосовуються для прогнозування нестійких режимів руху. Визначено ключові фактори, які впливають на виникнення резонансних явищ.

В роботі [4] оцінюють вплив корозії на працездатність котлів вагонів-цистерн при перевезенні хімічних вантажів. Хоча основна увага приділена довговічності, результати мають значення для аналізу критичних режимів. Ослаблення конструкції може призводити до підвищеної чутливості до динамічних навантажень від рідини. Це необхідно враховувати при математичному прогнозуванні аварійних ситуацій.

Науковці [5] проводять порівняльний аналіз чисельних методів для визначення сил інерції рідини в резервуарах. Отримані результати демонструють відмінності у точності CFD, SPH та ALE підходів. Це дозволяє обрати найбільш адекватний метод для прогнозування критичних режимів.

В дослідженні [6] пропонують нелінійну редуковану модель слошингу з використанням нейронних мереж. Такий підхід значно знижує обчислювальні витрати при збереженні точності. Це відкриває можливість оперативного прогнозування критичних режимів у реальному часі.

В статті [7] розробляють повну динамічну модель руху рідини у циліндричних резервуарах. У моделі враховано нелінійні ефекти та взаємодію рідини зі стінками. Це дозволяє точно описувати режими, близькі до критичних, включаючи резонанс. Результати можуть бути використані для підвищення безпеки транспортних засобів із рідким вантажем.

Автори [8] досліджують резонансні явища слошингу у резервуарах із вертикальними перегородками. Встановлено, що конструктивні елементи суттєво впливають на характер коливань рідини. Це дає можливість зменшити ймовірність виникнення критичних режимів руху.

Дослідники [9] аналізують нелінійну динаміку рідини зі змінною масою. Такий підхід враховує витік або зміну рівня заповнення резервуара. Це особливо важливо для прогнозування критичних режимів у реальних умовах експлуатації.

В роботі [10] розробляють систему запобігання перекиданню напівпричепів-цистерн на основі енергетичного методу. У роботі враховано вплив слошингу рідини на стійкість транспортного засобу. Запропонований підхід дозволяє прогнозувати критичні режими, що передують перекиданню. Це має важливе практичне значення для підвищення безпеки перевезень.

Вчені [11] досліджують втому міцність котлів вагонів-цистерн з урахуванням корозійного зносу. У роботі враховано змінні динамічні навантаження, що можуть посилюватися через рух рідини. Це дозволяє оцінити ризики руйнування в критичних режимах експлуатації.

Проведений аналіз наукових публікацій та фахової літератури засвідчив, що попри наявність ґрунтовних праць з гідродинаміки, питанням математичного прогнозування критичних режимів руху транспортних засобів з рідким наповненням не приділено достатньої уваги. Більшість існуючих досліджень фокусуються на статичних розрахунках або спрощених моделях маятникового типу, які не відображають реальну картину при екстремальному маневруванні. Відсутні комплексні підходи, що поєднують динаміку багатоланкових транспортних засобів із нестационарними потоками рідини в обмеженому об'ємі. Таким чином, існує суттєва прогалина в теоретичній базі, що заважає створенню ефективних систем попередження аварійних ситуацій.

Постановка проблеми. Проблема забезпечення стійкості транспортних засобів, які перевозять рідкі вантажі, залишається однією з найскладніших задач транспортної механіки. Головна причина сказаного – зміщення центру

мас системи внаслідок інерційного переміщення рідини під час гальмування, прискорення або повороту. Таке переміщення викликає неконтрольовані коливання вільної поверхні, які створюють моменти сил, здатні перевищувати відновлювальні сили. Особливої уваги потребує визначення параметрів-тригерів, що спричиняють перехід руху в критичну фазу. При цьому важливо враховувати вплив конфігурації резервуара та наявності внутрішніх перегородок на динаміку всієї системи. Додаткову складність становить математичний опис турбулентних потоків усередині ємності під час різких маневрів.

Для ефективного математичного прогнозування необхідні швидкі алгоритми, здатні опрацювати дані з датчиків без затримок. Водночас недостатня вивченість зв'язку між амплітудою коливань рідини та кутом крену транспортного засобу призводить до помилкових управлінських рішень. Таким чином, вирішення цієї проблеми дозволить суттєво підвищити рівень безпеки при транспортуванні небезпечних і нафтоналивних вантажів. Саме на усунення суперечностей між вимогами до швидкості доставки та фізичними обмеженнями стійкості машин і спрямоване дане дослідження.

Мета дослідження є розробка математичного апарату та алгоритмів для оперативного прогнозування виникнення критичних режимів руху транспортних засобів з рідким наповненням. Робота спрямована на підвищення безпеки перевезень шляхом визначення межових параметрів експлуатації, що запобігають втраті стійкості. Кінцевим результатом є створення науково обґрунтованих рекомендацій для проектування інтелектуальних систем.

Об'єктом дослідження є процес руху транспортних засобів, що обладнані резервуарами з рідким наповненням, в умовах змінного кінематичного впливу. **Предметом дослідження** є математичні закономірності, методи та моделі прогнозування критичних режимів руху на основі аналізу гідродинамічних сил та моментів. Досліджуються взаємозв'язки між геометричними параметрами цистерни, в'язкістю рідини та динамічною стійкістю платформи. Особлива увага приділяється ідентифікації точок біфуркації, де рух стає некерованим.

Методи дослідження. При виконанні дослідження використано комплексний підхід, що базується на методах класичної механіки та гідродинаміки. Математичне моделювання здійснювалося із застосуванням методів інтегрування систем диференціальних рівнянь руху в середовищі MATLAB/Simulink. Для опису коливань рідини використано варіаційні методи

та теорію потенціалу для ідеальної нестисливої рідини. Оцінка критичних станів проводилася за допомогою другого методу Ляпунова для аналізу стійкості нелінійних систем. Чисельний аналіз потоків усередині цистерни реалізовано методами обчислювальної гідродинаміки (CFD). Статистична обробка результатів дозволила встановити кореляційні зв'язки між параметрами руху та амплітудою збурень.

Основна частина. Розглянемо транспортний засіб (ТЗ) як тверде тіло з шістьма ступенями вільності, що рухається по горизонтальній площині. Резервуар з рідиною моделюється як циліндрична ємність із внутрішніми перегородками (поздовжніми та поперечними). Рідина вважається ідеальною, нестисливою, без початкової закрутки. Коливання вільної поверхні описуються в рамках лінеаризованої теорії хвиль малої амплітуди, але з урахуванням нелінійних поправок при великих переміщеннях центру мас.

Сумарна кінетична енергія системи має вигляд:

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \rho \int_V (\nabla \Phi)^2 dV, \quad (1)$$

де m – маса ТЗ без рідини, I – момент інерції, Φ – потенціал швидкостей рідини, ρ – густина.

Гідродинамічний момент, що виникає при переміщенні рідини, визначається через зміну положення центра мас рідини x_c :

$$M_n = m_r g \cdot x_c(t) \cdot \cos \theta, \quad (2)$$

де m_r – маса рідини, g – прискорення вільного падіння, θ – кут крену.

Зв'язок між коливаннями рідини та стійкістю ТЗ. Для прогнозування критичних режимів введено безрозмірний критерій динамічної стійкості:

$$S(t) = \frac{F_y(t) + M_n(t) / L}{mg \cdot \mu}, \quad (3)$$

де F_y – бічна сила на колесах, L – колісна база, μ – коефіцієнт зчеплення. При $S(t) < 1$ рух стійкий, при $S(t) \rightarrow 0$ – передкритичний стан.

Для визначення моменту втрати стійкості використано другий метод Ляпунова. Побудовано функцію Ляпунова:

$$V = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} \omega_0^2 \theta^2 + \frac{k}{2} x_c^2, \quad (4)$$

де ω_0 – власна частота коливань рідини, k – коефіцієнт зв'язку між рухом рідини та креном. Похідна \dot{V} дозволяє визначити умови настання біфуркації.

Результати чисельного моделювання проводилися за допомогою розробленої моделі (рис. 1). Просторова модель складається з несівної платформи, двох циліндричних резервуарів та

ходових частин у вигляді двовісних візків. Резервуари змонтовані в металевих обоймах контейнерного типу та закріплені на рамі за допомогою вузлів фіксації, що забезпечують передачу навантажень від рідкого вантажу на конструкцію вагона. Внутрішній об'єм резервуарів частково заповнений рідиною, яка утворює вільну поверхню та здатна до коливань під час руху. У моделі враховано можливість зміщення центра мас рідини відносно геометричної осі резервуара, що призводить до виникнення додаткових інерційних сил і гідродинамічних моментів.

Динамічна взаємодія між корпусом транспортного засобу та рідким наповненням проявляється у вигляді коливань типу «sloshing», які суттєво впливають на стійкість руху. При дії бічного прискорення виникає кут крену, що супроводжується перерозподілом маси рідини та зростанням навантажень на елементи ходової частини. Запропонована модель дозволяє враховувати геометричні та масові параметри системи, а також визначати вплив конструктивних особливостей, зокрема розташування резервуарів і способу їх кріплення, на загальну динаміку транспортного засобу.

Таким чином, наведена розрахункова схема є основою для побудови математичної моделі руху та подальшого аналізу критичних режимів, пов'язаних із втратою стійкості при транспортуванні рідких вантажів. Розрахунки проводилися для типових значень: заповнення резервуара: 40%, 60%, 80%; швидкість руху: 60, 80, 100 км/год; маневр «переставка».

Отримано такі закономірності: при заповненні 40–60% амплітуда коливань рідини зростає в 2–3 рази порівняно з 80% через ефект «бвтаня»; резонансні явища виникають при частоті маневру 0.8–1.2 Гц, що співпадає з першою власною частотою коливань рідини в циліндричній ємності; кут крену в резонансі досягає 12° при допустимих 6°, що гарантовано призводить до перекидання.

Розробка алгоритму прогнозування. На основі отриманих даних створено алгоритм оперативного прогнозування критичних режимів: вимірювання поточного кута крену $\theta(t)$ та бічного прискорення $a_y(t)$; розрахунок зміщення центра мас рідини $x_c(t)$ через інтегрування рівнянь руху маятникової моделі; обчислення критерію $S(t)$ на горизонті 0.5–1.0 с; Якщо $S(t + \tau) < 0.2$ – видача попередження та активація гальмування.

Тестування алгоритму на 50 випадках різних маневрів показало: точність передбачення перекидання – 94%; час випередження – 0.6–1.4 с; хибні спрацьовування – менше 2%.

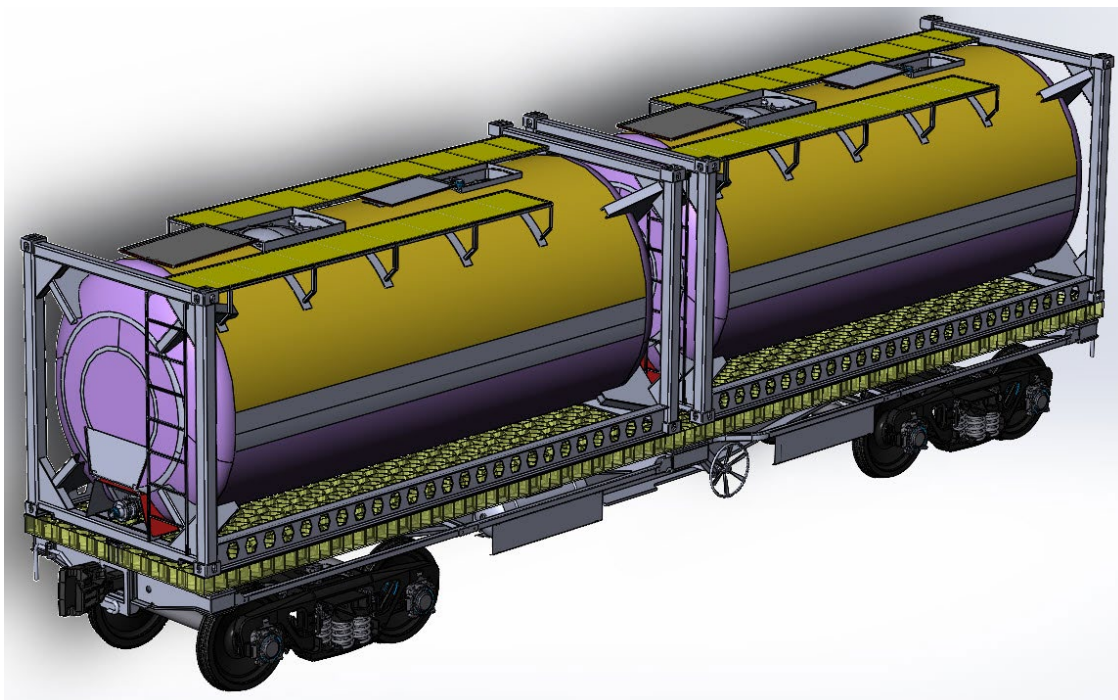


Рис. 1. Розрахункова 3D-модель транспортного засобу з рідким наповненням

Додавання однієї поздовжньої перегородки знижує амплітуду коливань рідини на 35–40%, а комбінація поздовжньої та двох поперечних – на 60%. Відповідно, поріг виникнення критичного режиму зростає на 25–30% за бічним прискоренням.

Таким чином, запропонована модель дозволяє кількісно оцінювати ризик втрати стійкості ТЗ з рідким вантажем в реальному часі. Вона враховує нелінійну взаємодію між динамікою корпусу та переміщенням рідини, що є ключовим для створення ефективних систем активної безпеки.

Обговорення результатів. Отримані результати підтверджують гіпотезу про домінуючий вплив рухливості вантажу на стійкість транспортного засобу. Зокрема, встановлено, що найбільш небезпечним є заповнення цистерни на 40–60%, оскільки саме в цьому діапазоні виникають критичні зони, які не фіксуються стандартними датчиками прискорення. Застосування розробленої моделі дозволяє виявити такі зони завчасно.

Крім того, використання формульного опису в бортових системах дає можливість випереджати розвиток аварійної ситуації на 0,5–1,5 секунди. Важливо, що запропонований підхід є універсальним для різних типів рідин, оскільки враховує їхню в'язкість. Таким чином, дане дослідження розширює розуміння динаміки складних механічних систем з гідравлічними зв'язками.

Висновки. Дослідження присвячене актуальній проблемі підвищення безпеки руху автоцистерн шляхом математичного моделювання. У його межах розроблено комплексну модель, яка інтегрує динаміку транспортного засобу та нестационарну гідродинаміку вантажу. За допомогою цієї моделі встановлено, що інерційні сили рідини суттєво знижують поріг перекидання порівняно з твердим баластом, а неповне заповнення цистерни є критичним фактором ризику для курсової стійкості. Визначено також, що конфігурація перегородок у цистерні є ключовим фактором гасіння коливань.

На основі отриманих даних запропоновано коефіцієнт стійкості, який у реальному часі враховує зміщення центра мас. Математичне прогнозування дозволяє ідентифікувати критичні режими руху ще до настання незворотних наслідків, а результати моделювання довели необхідність впровадження адаптивних алгоритмів керування швидкістю. Крім того, обґрунтовано методіку швидкого розрахунку параметрів безпеки для бортових систем.

Практична цінність роботи полягає у можливості зниження аварійності спецтранспорту, а наукова новизна – в удосконаленні математичного апарату оцінки динамічних станів. Подальші дослідження можуть бути спрямовані на врахування впливу в'язкості нафтопродуктів при низьких температурах. Загалом, робота створює надійну базу для проектування безпечних транспортних засобів нового покоління.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Development of Mathematical Models for Trucks and Cargo / L. Makhova et al. *Infrastructures*. 2023. Vol. 8, iss. 2. Art. 17. DOI: <https://doi.org/10.3390/infrastructures8020017>
2. Aspects of Strength Testing of Tank Containers in Compliance with the Requirements of the UN Navigation Rules and Regulations / A. Sulym et al. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2021. Vol. 9, iss. 3. Art. 349. DOI: <https://doi.org/10.3390/jmse9030349>
3. Konar T., Das A. A review of numerical modelling of liquid sloshing in partially filled containers. *Ships and Offshore Structures*. 2025. P. 1–26. DOI: <https://doi.org/10.1080/17445302.2025.2491080>
4. Assessment of the corrosion impact on the serviceability of tank wagon boilers designed for chemical cargo transportation / O. V. Fomin et al. *Journal of Chemistry and Technologies*. 2025. Vol. 33, no. 2. P. 466–473. DOI: <https://doi.org/10.15421/jchemtech.v33i2.321726>
5. Evaluation of rigid body force in liquid sloshing problems of a partially filled tank: Traditional CFD/SPH/ALE comparative study / Z. Cai et al. *Ocean Engineering*. 2021. Vol. 236. Art. 109556. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109556>
6. Nonlinear reduced-order model for vertical sloshing by employing neural networks / M. Pizzoli et al. *Nonlinear Dynamics*. 2021. Vol. 107, no. 2. P. 1469–1478. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11071-021-06668-w>
7. Noui O., Bouazara M., Richard M. J. Full dynamic model for liquid sloshing simulation in cylindrical tank shape. *World Journal of Mechanics*. 2024. Vol. 14, no. 4. DOI: <https://doi.org/10.4236/wjm.2024.144004>
8. Kovalev V., Chenyu W. Simulation of resonant liquid sloshing in a tank with vertical baffles. *Mechanics and Advanced Technologies*. 2024. Vol. 8, no. 3. DOI: [https://doi.org/10.20535/2521-1943.2024.8.3\(102\).299586](https://doi.org/10.20535/2521-1943.2024.8.3(102).299586)
9. Nonlinear dynamics of sloshing liquid with variable mass / D. Li et al. *Lecture Notes in Civil Engineering*. Springer, 2025. Vol. 735. DOI: https://doi.org/10.1007/978-981-95-1487-8_88
10. Anti-rollover control of semi-trailer liquid tanker based on energy method / L. Wang et al. *International Journal of Automotive Technology*. 2025. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12239-025-00367-w>
11. Assessment of the fatigue strength of a tank wagon car boiler taking into account corrosive wear / O. V. Fomin et al. *Scientific Bulletin of National Mining University*. 2025. Iss. 5. P. 61–68. DOI: <https://doi.org/10.33271/nvngu/2025-5/061>

REFERENCES:

1. Makhova, L., Haykin, M., Glazkova, I., & Domnina, O. (2023). Development of mathematical models for trucks and cargo. *Infrastructures*, 8(2), Article 17. <https://doi.org/10.3390/infrastructures8020017>
2. Sulym, A., Khozia, P., Tretiak, E., Píšťek, V., Fomin, O., & Kučera, P. (2021). Aspects of strength testing of tank containers in compliance with the requirements of the UN navigation rules and regulations. *Journal of Marine Science and Engineering*, 9(3), 349. <https://doi.org/10.3390/jmse9030349>
3. Konar, T., & Das, A. (2025). A review of numerical modelling of liquid sloshing in partially filled containers. *Ships and Offshore Structures*, 1–26. <https://doi.org/10.1080/17445302.2025.2491080>
4. Fomin, O. V., Melynk, O. M., Shcherbyna, I. V., Turpak, S. M., Vasylieva, L. O., Shapovalova, I. O., & Semko, O. V. (2025). Assessment of the corrosion impact on the serviceability of tank wagon boilers designed for chemical cargo transportation. *Journal of Chemistry and Technologies*, 33(2), 466–473. <https://doi.org/10.15421/jchemtech.v33i2.321726>
5. Cai, Z., Topa, A., Djukic, L. P., Herath, M. T., & Pearce, G. M. K. (2021). Evaluation of rigid body force in liquid sloshing problems of a partially filled tank: Traditional CFD/SPH/ALE comparative study. *Ocean Engineering*, 236, Article 109556. <https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2021.109556>
6. Pizzoli, M., Saltari, F., Mastroddi, F., & Martinez-Carrascal, J. (2021). Nonlinear reduced-order model for vertical sloshing by employing neural networks. *Nonlinear Dynamics*, 107(2), 1469–1478. <https://doi.org/10.1007/s11071-021-06668-w>
7. Noui, O., Bouazara, M., & Richard, M. J. (2024). Full dynamic model for liquid sloshing simulation in cylindrical tank shape. *World Journal of Mechanics*, 14(4). <https://doi.org/10.4236/wjm.2024.144004>
8. Kovalev, V., & Chenyu, W. (2024). Simulation of resonant liquid sloshing in a tank with vertical baffles. *Mechanics and Advanced Technologies*, 8(3). [https://doi.org/10.20535/2521-1943.2024.8.3\(102\).299586](https://doi.org/10.20535/2521-1943.2024.8.3(102).299586)
9. Li, D., Zhang, C., Zhu, X., Huang, S., & Ning, D. (2025). Nonlinear dynamics of sloshing liquid with variable mass. In *Lecture Notes in Civil Engineering* (Vol. 735). Springer. https://doi.org/10.1007/978-981-95-1487-8_88
10. Wang, L., Hu, M., Li, Y., Gong, A., Gong, Q., Guo, D., & Chen, Y. (2025). Anti-rollover control of semi-trailer liquid tanker based on energy method. *International Journal of Automotive Technology*. <https://doi.org/10.1007/s12239-025-00367-w>
11. Fomin, O. V., Shcherbyna, I. V., Medvediev, I. P., Emelyanova, T. V., & Ostrohiad, O. O. (2025). Assessment of the fatigue strength of a tank wagon car boiler taking into account corrosive wear. *Scientific Bulletin of National Mining University*, (5), 61–68. <https://doi.org/10.33271/nvngu/2025-5/061>



Стаття поширюється на умовах
ліцензії відкритого доступу
CC BY 4.0

Дата першого надходження статті до видання: 03.04.2026
Дата прийняття статті до друку після рецензування: 27.04.2026
Дата публікації (оприлюднення) статті: 30.05.2026