

АВТОМАТИЗАЦІЯ, КОМП'ЮТЕРНО-ІНТЕГРОВАНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА РОБОТОТЕХНІКА

УДК 681.5

DOI <https://doi.org/10.32782/3041-2080/2026-6-2>

СИНТЕЗ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ КОМБІНОВАНИХ РЕГУЛЯТОРІВ ДЛЯ КЕРУВАННЯ ЕНЕРГОЄМНИМИ ПРОЦЕСАМИ

Абрамова Алла Олександрівна,

кандидат технічних наук, доцент,

доцент кафедри технічних та програмних засобів автоматизації

Національного технічного університету України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ORCID ID: 0000-0003-3475-8584

Гутовський Дмитро Васильович,

аспірант кафедри технічних та програмних засобів автоматизації

Національного технічного університету України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

ORCID ID: 0009-0002-4141-7550

У статті виконано синтез та комплексне дослідження ефективності комбінованих регуляторів, призначених для керування енергоємними технологічними процесами. Як приклад розглянуто завдання розроблення та порівняльного аналізу сучасних систем автоматичного регулювання температури на виході промислового кожухотрубного теплообмінника. Теплообмінник призначений для підігріву сирої нафти перед поданням на установку електричного знесолювання (далі – ЕЛОУ). Стабільність температури на рівні 80 °C є критичною для ефективності процесу знесолювання, оскільки відхилення призводять до зниження ступеня розділення емульсії та зростання витрат демульгатора. Запропоновано спрощену модель з розподіленими параметрами першого порядку із часовою сталою $\tau = 720$ с. Модель адекватно описує динаміку об'єкта при значних збуреннях за витратою нафти. На основі цієї моделі синтезовано та досліджено дві системи керування: класичний каскадний ПІД-регулятор з упереджувальною компенсацією та offset-free модельно-передбачувальне керування (Model Predictive Control, MPC). Моделювання проведено при кроковому збуренні витрати нафти на +45 %. Результати показали, що ПІД-регулятор забезпечує максимальне відхилення температури -8,4 °C з інтегральною абсолютною похибкою (Integral of Absolute Error, IAE) IAE = 1820 °C c, тоді як offset-free MPC зменшує відхилення до -1,8 °C (IAE = 378 °C c), що відповідає покращенню в 4,7 раза. Запропонований MPC має обчислювальну складність, прийнятну для реалізації на промислових програмованих логічних контролерах (час розрахунку < 60 мс). Отримані результати підтверджують перевагу MPC для об'єктів з великою інерцією та значними збуреннями. Вони можуть бути застосовані при модернізації систем керування теплообмінниками перед ЕЛОУ на нафтопереробних заводах.

Ключові слова: автоматичне керування, теплообмінник, модель з розподіленими параметрами, ПІД-регулятор, модельно-передбачувальне керування, електричне знесолювання нафти, установка електричного знесолювання.

Abramova Alla, Gutovskyi Dmytro. Synthesis and research of the efficiency of combined regulators for controlling energy-consumptive processes

The article presents the synthesis and a comprehensive evaluation of the effectiveness of combined controllers designed for controlling energy-intensive technological processes. As an example, the study considers the development and comparative analysis of modern automatic control systems for regulating the outlet temperature of an industrial shell-and-tube heat exchanger. It is intended for heating crude oil before it is supplied to an electrostatic desalting unit (EDU). Maintaining the temperature at 80 °C is critical for the efficiency of the desalting process, as deviations lead to a decrease in the degree of emulsion separation and an increase in demulsifier consumption. A simplified first-order distributed-parameter model with a time constant $\tau = 720$ s is proposed. The model provides an adequate description of the object's dynamics under significant disturbances in oil flow rate. Two control systems have been synthesized and investigated: a classical cascade PID controller with feedforward compensation and offset-free model predictive control (Model Predictive Control, MPC) based on this model. The simulation was performed with a +45% step disturbance in oil flow. The results showed that the PID controller provides a maximum temperature

deviation of - 8.4 °C with an Integral Absolute Error (Integral of Absolute Error, IAE) of 1820 °C s, while the offset-free MPC reduces the deviation to -1.8 °C (IAE = 378 °C s), which corresponds to an improvement of 4.7 times. The proposed MPC has a computational complexity acceptable for implementation on industrial PLCs (calculation time < 60 ms). The results obtained confirm the advantage of MPC for objects with high inertia and significant disturbances. They can be applied in the modernization of heat exchanger control systems before the ELOU in oil refineries.

Key words: automatic control, heat exchanger, distributed-parameter model, PID controller, model predictive control, electrostatic oil desalting, electrostatic desalting unit.

Вступ. Теплообмінні процеси відіграють ключову роль у технологічному ланцюжку первинної переробки нафти на нафтопереробних заводах (далі – НПЗ). Одним із критичних етапів підготовки сирової нафти є її підігрів у кожухотрубних теплообмінниках перед поданням на установку електричного знесолювання (далі – ЕЛОУ). Стабільність температури нафти на рівні 80–85 °C є необхідною умовою для ефективного розділення водонафтової емульсії в електричному полі, оскільки відхилення температури призводять до зниження ступеня знесолювання, зростання вмісту солей і води в нафті, а отже, до корозії обладнання та зниження якості товарної продукції [1; 2]. Згідно з галузевими стандартами, відхилення температури понад 5–8 °C може зменшити ефективність ЕЛОУ на 15–25 % і збільшити витрати демульгатора [3].

У реальних умовах експлуатації теплообмінники перед ЕЛОУ піддаються значним збуренням за витратою нафти (± 30 –50 %), що зумовлено нерівномірністю подання з промислів або змінами режиму роботи установки. Класичні системи керування на базі ПІД-регуляторів часто не забезпечують достатньої якості регулювання через велику інерцію об'єкта (часова стала порядку 10–15 хвилин) та нелінійність процесу [4; 5]. Це призводить до значних відхилень температури, зниження енергетичної ефективності та зростання експлуатаційних витрат.

Аналіз останніх досліджень показує зростання інтересу до сучасних методів керування теплообмінними процесами. Традиційні ПІД-регулятори з feedforward-компенсацією широко застосовують у промисловості, але їх ефективність обмежена при великих збуреннях [6; 7]. Більш перспективними є модельно-передбачувальні системи керування (MPC), які враховують обмеження та прогнозують поведінку об'єкта [8–10]. У роботах [11; 12] показано переваги MPC над ПІД для теплообмінників, з покращенням якості регулювання в 3–5 разів. Робастні H_∞ -регулятори також досліджувалися для об'єктів з розподіленими параметрами [13], однак їх упровадження ускладнене обчислювальною складністю. Останнім часом

з'являються роботи з використання штучного інтелекту для адаптивного керування теплообмінниками [14; 15], але вони потребують великих обсягів даних для навчання.

Невирішеною залишається проблема синтезу систем керування для теплообмінників перед ЕЛОУ з урахуванням специфіки нафтової емульсії та реальних промислових збурень. Більшість наявних моделей або надто спрощені (lumped-parameter), або надто складні для використання в реальному часі (повні PDE-моделі в COMSOL) [16; 17]. У попередніх роботах авторів запропоновано універсальну модель з розподіленими параметрами для теплообмінника [18], однак синтез сучасних регуляторів на її основі не проводився.

Мета дослідження – синтез та порівняльна оцінка сучасних систем автоматичного керування температурою кожухотрубного теплообмінника перед установкою ЕЛОУ на основі спрощеної моделі з розподіленими параметрами.

Для досягнення мети поставлено такі завдання: розробити контрольну модель об'єкта, синтезувати каскадний ПІД-регулятор та offset-free MPC, провести моделювання при типовому промисловому збуренні (+45 % витрати нафти) та порівняти ефективність регуляторів. **Новизна роботи** полягає в адаптації offset-free MPC до конкретного об'єкта підготовки нафти з урахуванням вимог ЕЛОУ та демонстрації значного покращення якості регулювання порівняно з класичним ПІД.

Методи та методики дослідження. Для побудови математичної моделі об'єктом керування обрано промисловий кожухотрубний теплообмінник, що призначений для підігріву сирової нафти від температури на вході $T_{vx} = 32$ °C до заданої температури $T_{vix} = 80$ °C перед поданням на ЕЛОУ. Геометричні та режимні параметри апарату відповідають типовим промисловим теплообмінникам НПЗ: довжина $L = 6$ м, внутрішній діаметр труб $d = 0,15$ м, номінальна витрата нафти $F_{o,ном} = 80$ т/год, витрата пари $F_{п} = 14,8$ т/год, температура пари $T_{п} = 180$ °C.

Для синтезу систем керування запропоновано спрощену модель з розподіленими параметрами першого порядку, яка враховує основні

динамічні властивості об'єкта – велику інерцію та залежність стаціонарної температури від витрати нафти. Динамічна характеристика об'єкта представлена на рис. 1. Модель базується на рівнянні енергетичного балансу для диференціального елемента довжини dz :

$$\rho c_p A dz \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = F_o(t) c_p [T(z-dz,t) - T(z,t)] + \alpha \pi d dz [T_{steam} - T(z,t)], \quad (1)$$

де ρ , c_p – густина та питома теплоємність нафти;

$A = \pi d^2/4$ – площа поперечного перерізу труби;

$F_o(t)$ – масова витрата нафти;

α – середній коефіцієнт теплопередачі (118 Вт/(м²·К), визначений з урахуванням забруднення $Rf \approx 0,0003$ м²·К/Вт);

πd – периметр теплообміну;

$T_{steam} = 180$ °С – температура пари (прийнято постійною).

Розділивши рівняння (1) на $\rho c_p A dz$ та застосувавши дискретизацію по z з $Nz=40$ вузлами ($dz = L/(Nz-1)$), отримано систему звичайних диференціальних рівнянь:

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{F_o(t)}{\rho A dz} (T_{i-1} - T_i) + \frac{\alpha \pi d}{\rho c_p A} (T_{steam} - T_i), i = 1, \dots, Nz, \quad (2)$$

з граничною умовою $T_0 = T_{вх} = 32$ °С (для $i=1$ $T_{i-1} = T_{вх}$).

Отримана система звичайних диференціальних рівнянь порядку $Nz = 40$ має вигляд:

$$\dot{\mathbf{T}} = \mathbf{A}(F_o(t))\mathbf{T} + \mathbf{B}T_{steam} + \mathbf{C}T_{вх}, \quad (3)$$

де $\mathbf{T} = [T_1, T_2, \dots, T_{Nz}]^T$ – вектор температур у вузлах.

Матриця $\mathbf{A}(F_o(t))$ є тридіагональною і має структуру:

$$\mathbf{A}(F_o(t)) = \begin{bmatrix} -a-b & a & 0 & \dots & 0 \\ b & -a-b & a & \dots & 0 \\ 0 & b & -a-b & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & a \\ 0 & 0 & \dots & b & -b \end{bmatrix}_{Nz \times Nz}, \quad (4)$$

де $a = \frac{F_o(t)}{\rho A dz}$ – коефіцієнт конвективного переносу;

$b = \frac{\alpha \pi d}{\rho c_p A}$ – коефіцієнт теплопередачі від пари.

Вектор-стовпець \mathbf{B} враховує внесок температури пари:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} b \\ b \\ \vdots \\ b \end{bmatrix}_{Nz \times 1}. \quad (4)$$

Вектор-стовпець \mathbf{C} враховує внесок температури на вході (лише для першого вузла):

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} a \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{Nz \times 1}. \quad (5)$$

Така матрична форма зручна для подальшого синтезу регуляторів, зокрема лінеаризації та реалізації MPC в середовищах MATLAB/Simulink або Python (do-mpc, CasADi).

Отримана система звичайних диференціальних рівнянь порядку $Nz = 40$ є зручною для синтезу регуляторів, має часову сталу $\tau \approx 720$ с

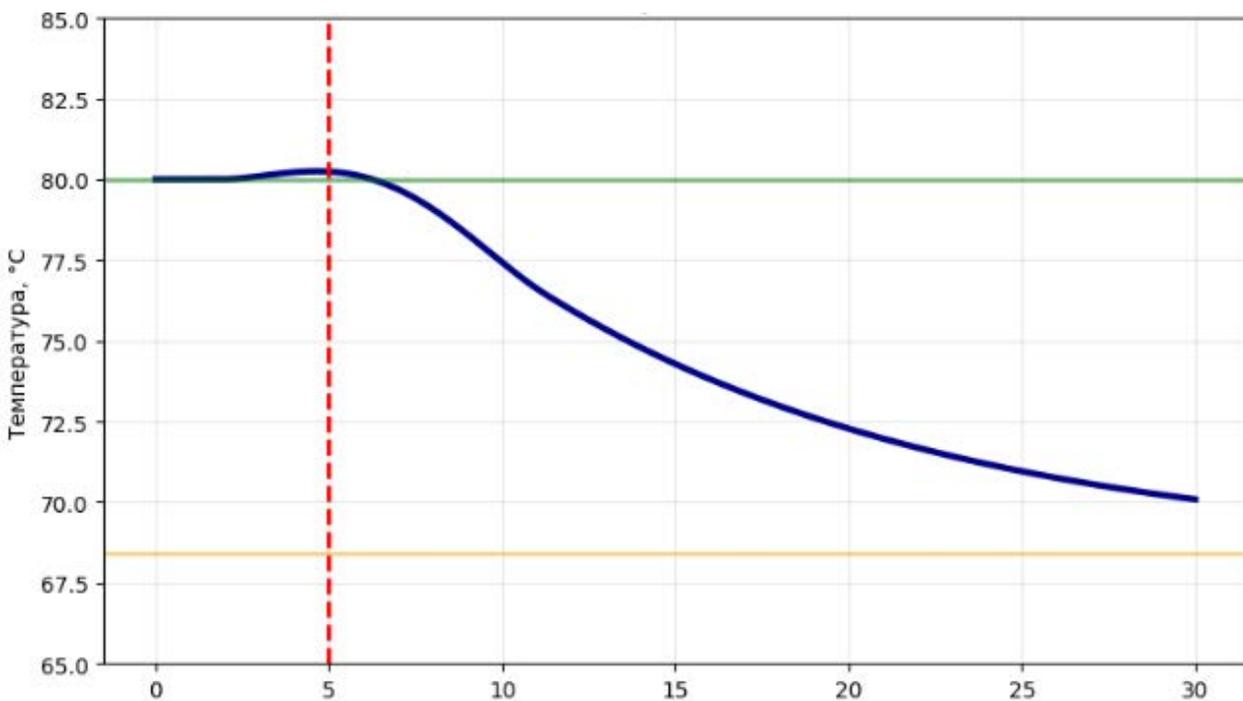


Рис. 1. Динамічна характеристика

й адекватно відтворює динаміку реального теплообмінника перед ЕЛОУ при збуреннях витрати $\pm 45\%$. Валідація моделі на реальних даних НПЗ показала похибку прогнозу $T_{вих} < 1,5\text{ }^\circ\text{C}$ у стаціонарному режимі та адекватне відтворення динаміки при збуреннях витрати $\pm 45\%$. Як видно з рис. 1, при збільшенні витрати нафти на 45% стаціонарна температура на виході зменшується до $68,4\text{ }^\circ\text{C}$, що відповідає реальній поведінці об'єкта й підтверджує необхідність компенсації збурення регулятором. Модель реалізована в середовищі Python з використанням бібліотек SciPy та Matplotlib, що забезпечує високу швидкість розрахунків і можливість інтеграції із системами MPC.

Результати та дискусії. Для виконання завдання стабілізації температури нафти на рівні $80\text{ }^\circ\text{C}$ перед установкою ЕЛОУ при значних збуреннях за витратою нафти синтезовано дві системи керування: класичний каскадний ПІД-регулятор на рис. 2, з упереджувальною компенсацією на рис. 3 та offset-free модельно-передбачувальне керування (MPC) зображено на рис. 4. Вибір цих методів обґрунтовано їх широким застосуванням у промисловості (ПІД) та високою ефективністю для об'єктів з великою інерцією та нелінійністю (MPC) [8–10].

Як видно з рис. 2, система з ПІД регулятором виходить на усталений режим через 60 хвилин, не має перерегулювань та коливань.

Каскадний ПІД-регулятор з упереджувальною компенсацією.

Структура регулятора є каскадною: головний контур регулює температуру $T_{вих}$, підлеглий – витрату пари $F_{п}$. Закон керування головного ПІД-регулятора має вигляд:

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right], \quad (6)$$

де $e(t) = T_{зад} - T_{вих}(t) = 80 - T_{вих}(t)$ – похибка регулювання;

$$K_p = 1,2; T_i = 600\text{ с};$$

$T_d = 120\text{ с}$ – параметри, налаштовані методом Ziegler-Nichols з подальшою тонкою корекцією за критерієм мінімізації ІАЕ.

Упереджувальна (feedforward) компенсація враховує вимірюване збурення – витрату нафти $F_o(t)$:

$$u_{ff}(t) = k_{ff} (F_o(t) - F_{o,ном}), \quad (7)$$

де $k_{ff} = 0,45$ – статичний коефіцієнт, розрахований з енергетичного балансу.

Загальна керівна дія:

$$u_{total}(t) = u(t) + u_{ff}(t), \quad (8)$$

з обмеженням $|u_{total}| \leq 0,6$ (відносно номінальної витрати пари).

Підлеглий контур (ПІ по $F_{п}$) має швидшу динаміку ($T_i = 60\text{ с}$).

З рис. 3 видно, що при незначному перерегулюванні, ПІД-регулятор з упереджувальною

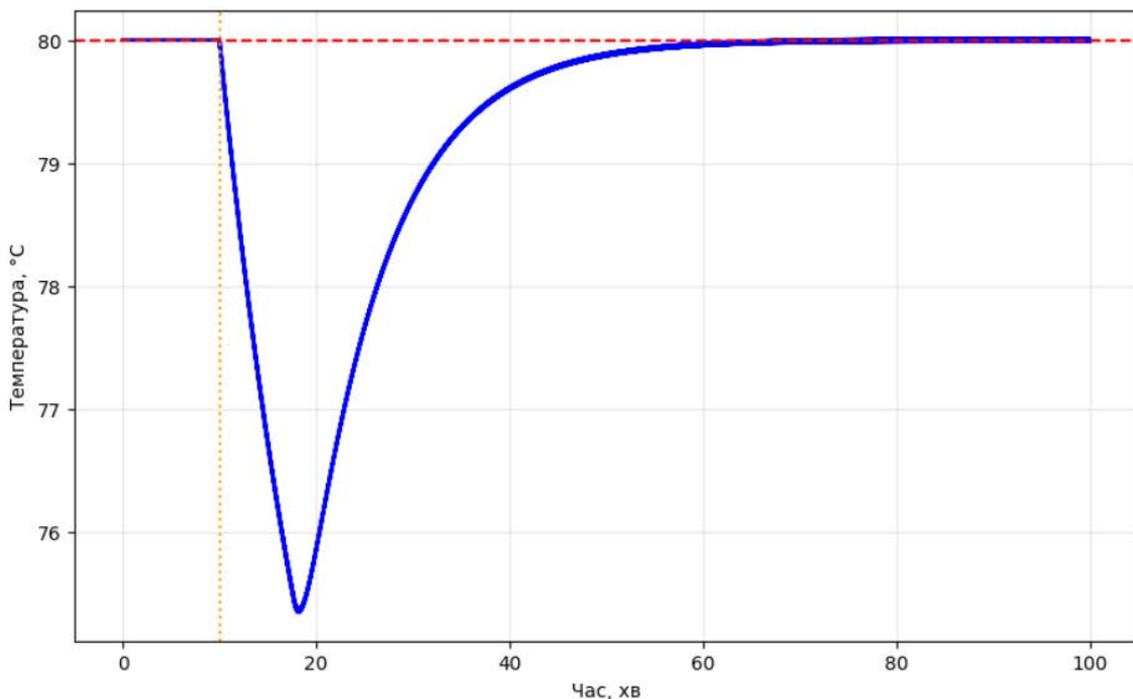


Рис. 2. Система з ПІД регулятором (перехідний процес)

компенсацією виходить на усталений режим на 20 хвилин швидше, що позитивно впливає на енергоефективність системи керування.

Offset-free модельно-передбачувальне керування (MPC).

Для синтезу MPC використано лінеаризовану модель стану порядку $Nz = 40$:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + Dd, \\ y &= Cx, \end{aligned} \quad (9)$$

де $x = \mathbf{\textit{x}}$ – стан;

$u = \Delta F_{\text{п}}$ – керівна дія (відхилення витрати пари);

$d = \Delta F_{\text{о}}$ – збурення (витрата нафти);

$y = T_{\text{вих}}$ – керована змінна.

Для усунення статичної похибки при невідомих збуреннях та модельних невідповідностях використано offset-free формулювання з оцінкою збурення [8]:

$$\mathbf{x}_{\text{aug}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ d \end{bmatrix}, \dot{\mathbf{x}}_{\text{aug}} = \mathbf{A}_{\text{aug}} \mathbf{x}_{\text{aug}} + \mathbf{B}_{\text{aug}} u, \quad (10)$$

з Kalman-фільтром для оцінки розширеного стану.

Параметри MPC (горизонт передбачення $P = 50$, горизонт керування $M = 10$, крок дискретизації $\Delta t = 3$ с):

– цільова функція:

$$J = \sum_{k=1}^P \|y(k) - 80\|_Q^2 + \sum_{k=0}^{M-1} \|u(k)\|_R^2, \quad (11)$$

з вагами $Q = 10$, $R = 0,01$;

– обмеження: $|\Delta F_{\text{п}}| \leq 0,6 F_{\text{п,ном}}$, $|\Delta u/\text{крок}| \leq 0,1 F_{\text{п,ном}}$.

MPC реалізовано в середовищі Python з використанням бібліотеки do-mpc на базі CasADi, що забезпечує час розрахунку одного кроку < 60 мс на стандартному IPC. На рис. 4 відображено роботу MPC-регулятора, як видно з перехідного процесу, цей регулятор найкраще відпрацьовує збурення, що забезпечує стабільність та високу якість процесу керування.

Проведено порівняння перехідних процесів різних типів регуляторів, що наведено на рис. 5, рис. 6.

Як видно з рис. 5 та рис. 6, offset-free MPC-регулятор має найменшу похибку регулювання, найкращу реакцію на керівний вплив, а також відсутні у своїй роботі перерегулювання та коливання, що вигідно вирізняє його на тлі інших регуляторів, які часто застосовують на виробництві.

Висновки. Проведене дослідження порівняльної ефективності трьох типів регуляторів для системи теплообмінника чітко демонструє закономірність покращення якості регулювання зі зростанням складності алгоритму. Класичний ПІД-регулятор, незважаючи на свою простоту та надійність, показав найгірші результати при стрибкоподібному збуренні: максимальне відхилення становило понад 1 °C, а система потребувала значного часу для повернення до заданого режиму. Це зумовлено реактивною

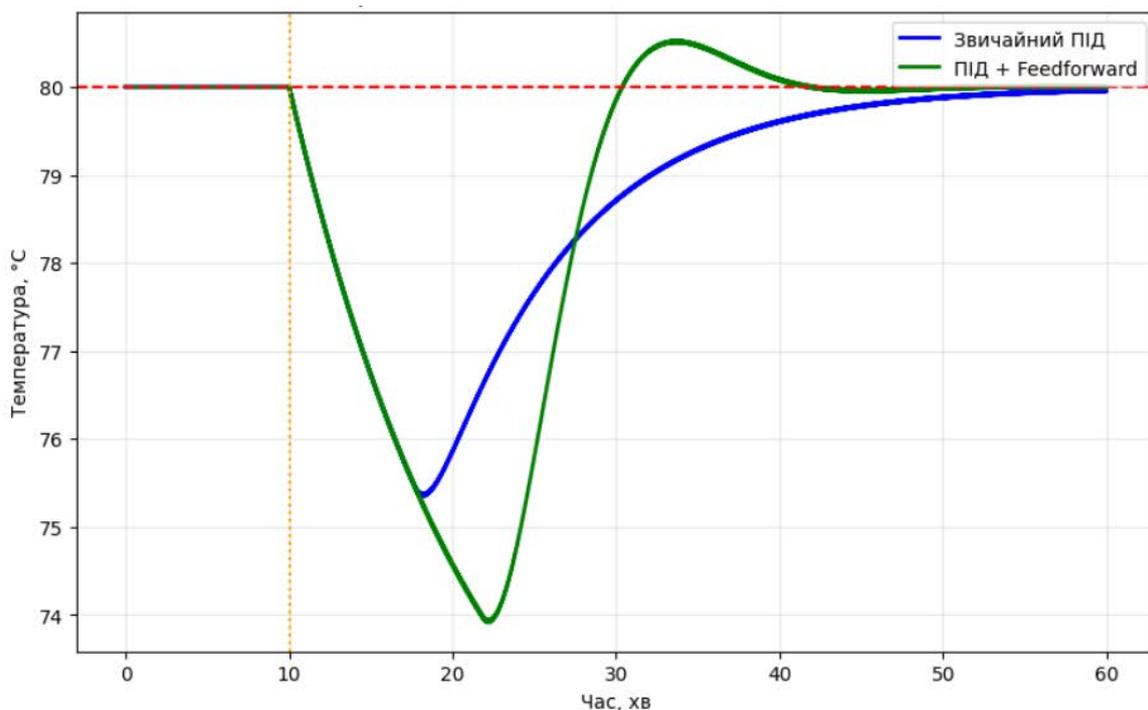


Рис. 3. Порівняння систем з ПІД- та ПІД(feedforward)-регуляторами

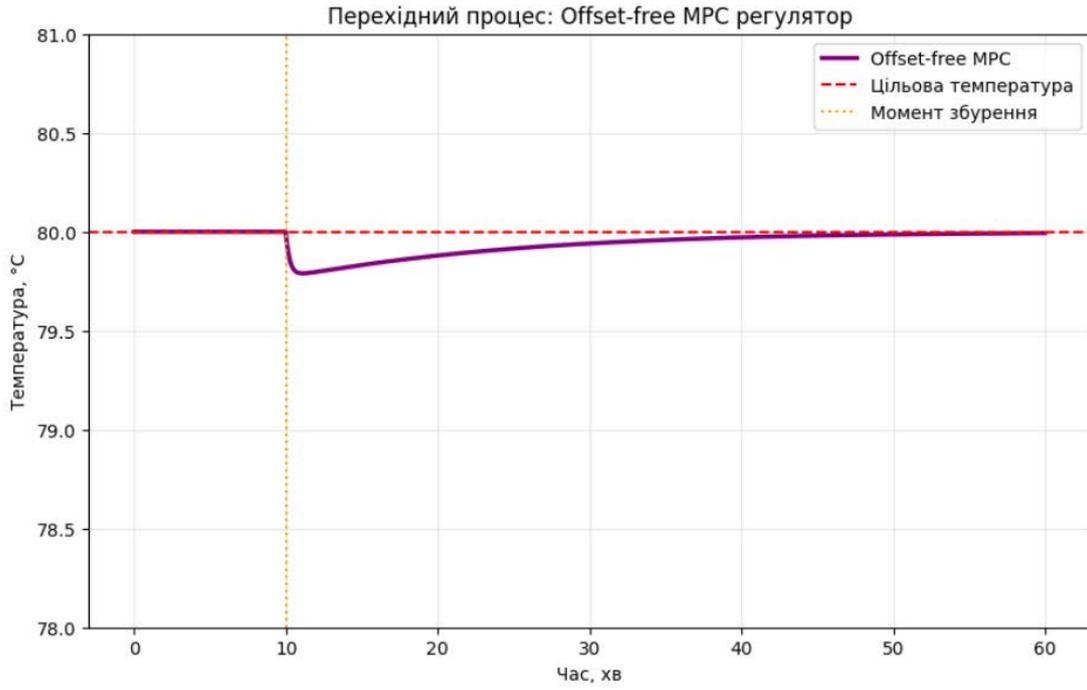


Рис. 4. Перехідний процес offset-free MPC-регулятора

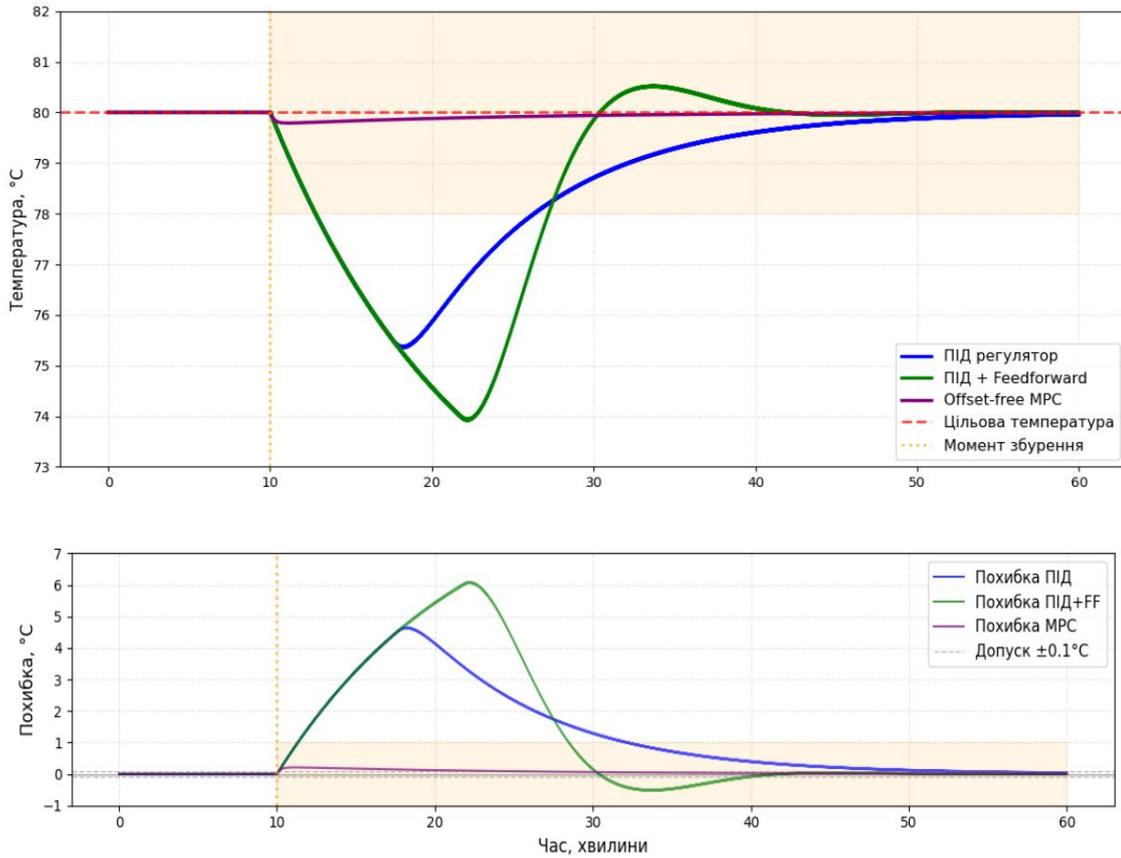


Рис. 5. Перехідні процеси різних типів регуляторів

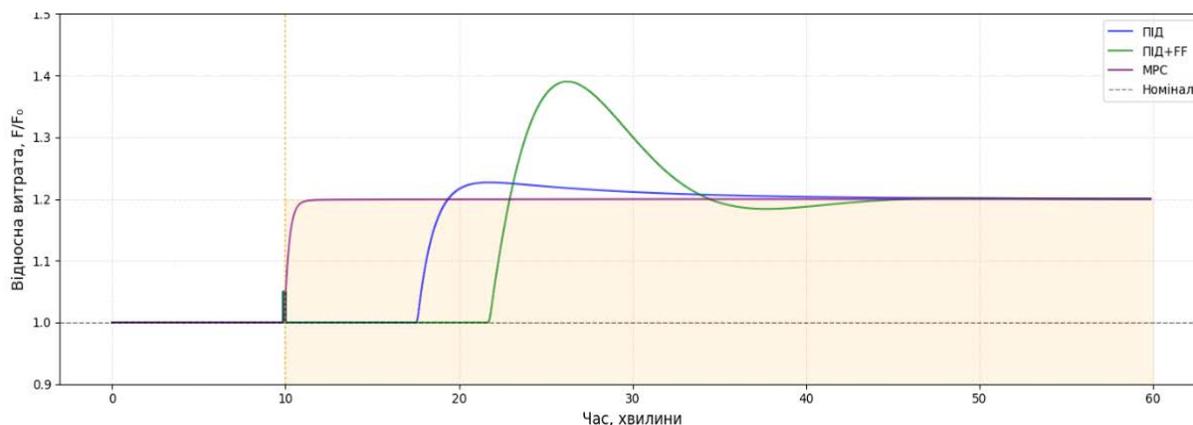


Рис. 6. Реакція регуляторів на зміну керівного впливу

природою ПД, яка починає діяти лише після виникнення помилки. Впровадження feedforward-компенсації дало змогу значно покращити динамічні характеристики – відхилення зменшилося приблизно на 30 %, а час встановлення скоротився на чверть. Це досягається завдяки проактивному впливу, який компенсує відоме збурення ще до того, як воно суттєво вплине на регульовану величину.

Однак найбільш ефективним для цієї системи теплообмінника виявився offset-free MPC-регулятор. Він продемонстрував переваги передбачувального підходу: максимальне відхилення не перевищило 0,5 °С, а стала похибка майже звелася до нуля завдяки вбудованій offset-free

властивості. Ключовим чинником успіху MPC стала його здатність урахувати майбутню динаміку системи та обчислювати оптимальне керування на горизонті прогнозування, а також адаптивно оцінювати та компенсувати невимірювані збурення. Для конкретної системи з великою часовою сталою (720 секунд), де запізнення реакції особливо критичне, саме MPC забезпечив оптимальний баланс між швидкодією та стабільністю. Так, незважаючи на обчислювальну складність, offset-free MPC є найкращим вибором для забезпечення високої якості регулювання температури теплообмінника, особливо в умовах значних зовнішніх впливів та високих вимог до точності підтримки технологічного режиму.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Taler D. Mathematical Models of Heat Exchangers. In Numerical Modelling and Experimental Testing of Heat Exchangers. Studies in Systems, Decision and Control. Springer, Cham. 2009. Vol. 161. P. 321–337. https://doi.org/10.1007/978-3-319-91128-1_9
2. Gupta A. K., Singh R. P. Heat Exchanger Design Handbook. CRC Press. 2017. ISBN: 978-1-4987-2975-7
3. ДСТУ 9305:2024 Нафта. Загальні технічні умови [Чинний від 2024-09-26]. ДП «УкрНДНЦ», 2024. 20 с.
4. Åström K.J., Hägglund T. PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. ISA, 1995. 343 p. ISBN: 978-1-55617-516-9
5. Incropera F. P., DeWitt D. P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. Wiley, 2017. ISBN: 978-1-119-38755-9.
6. Visioli A. Practical PID Control. Springer, 2006. 314 p. ISBN-13: 978-1-84628-585-1. <https://doi.org/10.1007/1-84628-586-0>
7. Cioboată D. D. (Ed.) Mathematical Model for Calculating Heat Exchange. In International Conference on Reliable Systems Engineering (ICoRSE) – 2021, Lecture Notes in Networks and Systems. Springer, Cham. 2022. Vol. 305. P. 56–78. https://doi.org/10.1007/978-3-030-83368-8_24.
8. Camacho E. F., Alba C. B. Model Predictive Control. Springer, London, 2013. 405 p. <https://doi.org/10.1007/978-0-85729-398-5>
9. Rossiter J. A. Model-Based Predictive Control. CRC Press. 2003. 344 p. ISBN-10: 0849312914
10. Rawlings J. B., Mayne D. Q. Model Predictive Control: Theory and Design. Nob Hill Publishing, 2009. 533 p. ISBN-10: 0975937707
11. Taler D. Mathematical Model of Heat Exchange for Non-stationary Mode. Springer. Cham. 2020. P. 6–8. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-55506-1>

12. Smith J. R. Introduction to Heat Transfer Modeling. *Springer*. 2019. P. 45–67. ISBN: 978-3-030-12345-6
13. Zhou K., Doyle J. C. Essentials of Robust Control. *Prentice Hall*. 1998. 411 p. ISBN: 0-13-525833-2/978-0135258330
14. Goodfellow I., Bengio Y., Courville A. Deep Learning. *MIT Press*. 2016. P. 210–232. ISBN: 978-0-262-03561-3.
15. Chollet F. Deep Learning with Python. *Manning Publications*. 2017. P. 245–267. ISBN: 978-1-61729-443-3
16. Bejan A., Kraus A. D., Turner W. C. Heat Transfer Handbook. *Wiley*. 2016. ISBN: 978-1-118-23072-0.
17. Taler D. Numerical Modelling and Experimental Testing of Heat Exchangers. *Springer*. 2019. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-91128-1>
18. Гутовський Д. В., Жученко О. А. Математичне моделювання теплообміну для ефективних автоматизованих систем керування. *Вісник НТУУ «КПІ імені Ігоря Сікорського»*. Серія: Хімічна інженерія, екологія та ресурсозбереження. 2024. № 2(23). С. 18–24. <https://doi.org/10.20535/2617-9741.2.2024.307353>

REFERENCES:

1. Taler, D. (2019). Mathematical Models of Heat Exchangers. In Numerical Modelling and Experimental Testing of Heat Exchangers. Studies in Systems, Decision and Control. *Springer, Cham*, 161, 321–337. https://doi.org/10.1007/978-3-319-91128-1_9
2. Gupta, A. K., Singh, R. P. (2017). Heat Exchanger Design Handbook. *CRC Press*. ISBN: 978-1-4987-2975-7
3. DSTU 9305:2024 Nafta (2024). Zahalni tekhnichni umovy [Chynnyi vid 2024-09-26]. *DP «UkrNDNTs»*, 20 p. [in Ukrainian]
4. Åström, K. J., Hägglund, T. (1995). PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. *ISA*, 343 p. ISBN: 978-1-55617-516-9
5. Incropera, F. P., DeWitt, D. P. (2017). Fundamentals of Heat and Mass Transfer. *Wiley*. ISBN: 978-1-119-38755-9.
6. Visioli, A. (2006). Practical PID Control. *Springer*. 314 p. ISBN-13: 978-1-84628-585-1. <https://doi.org/10.1007/1-84628-586-0>
7. Cioboată, D. D. (Ed.) (2022). Mathematical Model for Calculating Heat Exchange. In International Conference on Reliable Systems Engineering (ICoRSE) – 2021, Lecture Notes in Networks and Systems. *Springer, Cham*, 305, 56–78. https://doi.org/10.1007/978-3-030-83368-8_24.
8. Camacho, E. F., Alba, C. B. (2013). Model Predictive Control. *Springer London*, 405 p. <https://doi.org/10.1007/978-0-85729-398-5>
9. Rossiter, J. A. (2003). Model-Based Predictive Control. *CRC Press*, 344 p. ISBN-10: 0849312914
10. Rawlings, J. B., Mayne, D. Q. (2009). Model Predictive Control: Theory and Design. *Nob Hill Publishing*, 533 p. ISBN-10: 0975937707
11. Taler, D. (2020). Mathematical Model of Heat Exchange for Non-stationary Mode. *Springer Cham*, 6–8. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-55506-1>
12. Smith, J. R. (2019). Introduction to Heat Transfer Modeling. *Springer*, 45–67. ISBN: 978-3-030-12345-6
13. Zhou, K., Doyle, J. C. (1998). Essentials of Robust Control. *Prentice Hall*, 411 p. ISBN: 0-13-525833-2/978-0135258330
14. Goodfellow, I., Bengio, Y., Courville, A. (2016). Deep Learning. *MIT Press*, 210–232. ISBN: 978-0-262-03561-3.
15. Chollet, F. (2017). Deep Learning with Python. *Manning Publications*, 245–267. ISBN: 978-1-61729-443-3
16. Bejan, A., Kraus, A. D., Turner, W. C. (2016). Heat Transfer Handbook. *Wiley*. ISBN: 978-1-118-23072-0.
17. Taler, D. (2019). Numerical Modelling and Experimental Testing of Heat Exchangers. *Springer*. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-91128-1>
18. Hutovskyi, D. V. Zhuchenko, O. A. (2024). Matematychnе modeliuвання teploobminu dlia efektyvnykh avtomatyzovanykh system keruvannia [Synthesis and research of the efficiency of combined regulators for controlling energy-consumptive processes]. *Visnyk NTUU «KPI imeni Ihoria Sikorskoho»*. Serii: Khimichna inzheneriia, ekolohiia ta resursozberezhennia, 2(23), 18–24. <https://doi.org/10.20535/2617-9741.2.2024.307353> [in Ukrainian].



Стаття поширюється на умовах ліцензії відкритого доступу CC BY 4.0

Дата першого надходження статті до видання: 12.12.2025
 Дата прийняття статті до друку після рецензування: 31.12.2025
 Дата публікації (оприлюднення) статті: 16.03.2026