

УДК 669.23. 56:34.21

DOI <https://doi.org/10.32782/3041-2080/2025-4-25>

УТВОРЕННЯ МЕТАЛЕВИХ КРАПЛИН МЕТАЛУ В ШЛАКУ ПРОМІЖНОГО КОВША ПІД ЧАС ПРОДУВАННЯ ІНЕРТНИМ ГАЗОМ

Єфімова Вероніка Гаріївна,

кандидат технічних наук, доцент,

доцент кафедри фізичної хімії

Національного технічного університету України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»;

доцент кафедри природничо-наукових

та загальноінженерних дисциплін

ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»

ORCID ID: 0000-0003-2372-8398

Навольнєв Ігор Юрійович,

аспірант

ТОВ «ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «МЕТІНВЕСТ ПОЛІТЕХНІКА»

ORCID ID: 0009-0002-0477-7522

У роботі показано, що проміжний ковш МБРЗ є останньою ємністю, де можливо управляти якістю сталі, а саме вилученням неметалевих включень. Висвітлено, що перехід неметалевих включень на межу поділу фаз метал – шлак у проміжному ковші описується адсорбційними процесами, що відбуваються в системі метал – шлак – включення.

Показано, що однією основною якістю сталі є низький вміст неметалевих включень у готовому продукті. З'ясовано, що одним із найефективніших методів керування вмістом неметалевих включень на останньому етапі розливки є продування рідкої сталі аргоном.

Визначено, що ефективно неметалеві включення видаляються під час продування металеві ванни інертним газом завдяки прикріпленню їх до бульбашок на межі поділу фаз метал – газ. При цьому показано, що механізм і кількість віддалених включень у цьому випадку досі недостатньо вивчено.

Відомо, що продування сталі інертним газом призводить до утворення металеві емульсії в шлаку, що збільшує масоперенос між двома рідинами, що не змішуються, в результаті чого зростає швидкість асиміляції неметалічної фази шлаком.

Проведено детальний математичний та гідродинамічний аналіз поведінки пузиря аргону з металеві плівкою в шлаковій фазі.

З'ясовано, що процес очищення сталі від неметалевих включень під час продування інертним газом переважно залежить від резидентного часу перебування краплі металу в шлаковій фазі. Висвітлено, що процес рафінування пузирями аргону полягає в розриві металеві плівки на пузирі аргону.

Показано, що гетерогенні реакції асиміляції неметалевих включень відбуваються на межі поділу фаз і мають 1-й порядок. Виведено рівняння швидкості асиміляції неметалевих включень з використанням даних за резидентним часом. Визначено резидентний час перебування крапель металу в шлаковій фазі за різних витрат інертного газу та діаметрів пузиря. Встановлено, що збільшення діаметра пузиря і витрат газу призводить до збільшення резидентного часу перебування краплі металу в шлаковій фазі, що сприятливо позначається на процесі рафінування металу від неметалевих включень.

З'ясовано, що в процесі позапічної обробки в технологічному плані інтенсифікація перемішування металу в зоні, що безпосередньо прилягає до шлаку, має велике значення завдяки збільшенню інтенсивності перемішування фаз та площі поверхні контакту. Показано, що перемішування сприяє більш повному перебігу реакцій і дозволяє суттєво підвищити ефективність використання шлаку.

З'ясовано, що збільшення площі поверхні контакту відбувається шляхом утворення шлакометалеві емульсії на межі контактуючих фаз у процесі проходження газових бульбашок через міжфазну межу.

Ключові слова: неметалеві включення, проміжний ківш, продування аргоном, адгезія.

Yefimova Veronika, Navolniev Igor. Formation of Metal Droplets in the Slag of a Tundish During Inert Gas Purging

The study demonstrates that the tundish of a continuous casting machine is the final vessel where steel quality can be controlled, specifically through the removal of non-metallic inclusions. It is highlighted that the transfer of non-metallic inclusions to the metal-slag phase boundary in the tundish is governed by adsorption processes occurring within the metal-slag-inclusion system.

It is established that one of the primary quality attributes of the steel is a low content of non-metallic inclusions in the final product. The research reveals that one of the most effective methods for controlling the content of non-metallic inclusions at the final stage of casting is the purging of liquid steel with argon.

It is determined that non-metallic inclusions are efficiently removed during the purging of the metal bath with an inert gas, due to their attachment to gas bubbles at the metal-gas phase boundary. However, it is noted that the mechanism and extent of inclusion removal in this process remain insufficiently studied.

It is known that purging steel with an inert gas leads to the formation of a metal emulsion in the slag, which enhances mass transfer between the two immiscible liquids, thereby increasing the rate of assimilation of the non-metallic phase by the slag.

A detailed mathematical and hydrodynamic analysis of the behavior of an argon bubble with a metal film in the slag phase was conducted. It was found that the steel purification process from non-metallic inclusions during inert gas purging primarily depends on the residence time of metal droplets in the slag phase. It is emphasized that the refining process by argon bubbles involves the rupture of the metal film on the argon bubble.

The study shows that heterogeneous assimilation reactions of non-metallic inclusions at the phase boundary are of the first order. An equation for the assimilation rate of non-metallic inclusions was derived, utilizing data on residence time.

The residence time of metal droplets in the slag phase was determined for varying inert gas flow rates and bubble diameters. It was established that increasing the bubble diameter and gas flow rate leads to an extended residence time of metal droplets in the slag phase, which positively impacts the metal refining process from non-metallic inclusions.

It was clarified that, in the context of secondary steel treatment, the intensification of metal mixing in the zone adjacent to the slag is technologically significant, as it enhances phase mixing intensity and the contact surface area.

It is demonstrated that mixing promotes more complete reaction progression and significantly improves slag utilization efficiency. It was found that the increase in contact surface area results from the formation of a slag-metal emulsion at the interface of contacting phases during the passage of gas bubbles through the phase boundary.

Keywords: non-metallic inclusions, tundish, argon purging, physical modeling.

Вступ. Роль проміжного ковша в процесах безперервного розливання еволюціонувала від переточної ємності між стальківшем і кристалізатором, що розділяє неметалеві включення, які переміщуються, в металургійний реактор, де здійснюється останній етап їх видалення [1]. Перехід неметалевих включень на межу поділу фаз метал – шлак у проміжному ковші значною мірою управляється міжфазними явищами в системі метал – шлак – включення [2].

Покращення якості окатишів шляхом зниження вмісту домішок ($S, P < 0,02 \%$, $SiO_2 < 1 \%$) та підвищення міцності гранул ($> 85 \%$ фракції > 5 мм) зменшує кількість неметалевих включень у рідкій сталі, сприяючи ефективності рафінування, що відповідає одному з постулатів високої якості сталі у світі – малий вміст неметалевих включень у готовому продукті [3]. Відомо, що дуже ефективно неметалеві включення видаляються під час продування металеві ванни інертним газом завдяки прикріпленню їх до бульбашок на межі поділу фаз метал – газ [4]. Однак механізм і кількість віддалених включень у цьому випадку й дотепер недостатньо вивчений.

Відомо, що продування сталі інертним газом призводить до утворення металеві емульсії в шлаку, що збільшує масоперенос між двома рідинами, що не змішуються, в результаті чого зростає швидкість асиміляції неметалічної фази шлаком [5; 6].

За даними роботи [7], процес очищення сталі від неметалевих включень під час продування

інертним газом переважно залежить від резидентного часу перебування краплі металу в шлаковій фазі. У цьому більшості досліджень [8–10] розглядає лише механізм захоплення металевих краплин у шлак і висуває припущення, що цей процес здійснюється за допомогою розриву металеві плівки на пузирі аргону.

Методи та методики дослідження. Метою досліджень було детальне вивчення поведінки металевих крапель у шлаковій фазі, визначення їх резидентного часу, а також маси диспергованого металу з використанням законів хімічної кінетики та рідкої механіки. Використання високоякісних окатишів із низьким вмістом домішок ($S, P < 0,02 \%$, $SiO_2 < 1 \%$) зменшує початкову кількість неметалевих включень у сталі до 0,01–0,015 вага%, що скорочує резидентний час, необхідний для рафінування, та підвищує ефективність продування аргонном.

Для визначення траєкторії руху одиначної краплі заліза в шлаку, що переміщується в шлаковій фазі, скористаємося балістичним принципом руху. Цей принцип було застосовано в роботі [11] для розрахунку резидентного часу перебування краплини металу в шлаковій фазі. Схематичний рух краплі металу, що містить неметалеві включення в шлаковій фазі, представлено на рис. 1.

Припускаючи, що шлакова фаза нерухома, то баланс сил у вертикальному (z -координату) і горизонтальному (r -координату) напрямку може бути представлений як [11]:

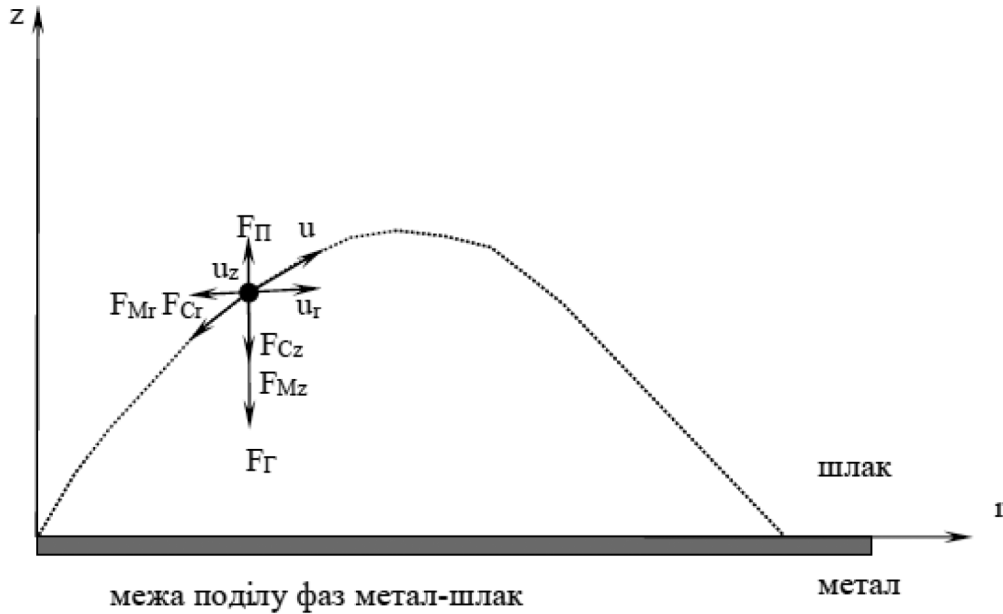


Рис. 1. Схема руху краплини металу з прикріпленими неметалевими включеннями у шлаковій фазі

$$z - \text{ напрямок } \rho_k V_k \frac{du_z}{dt} = F_{\Pi} - F_{\Gamma} - F_{C_z} - F_{M_z}, \quad (1)$$

$$r - \text{ напрямок } \rho_k V_k \frac{du_r}{dt} = -F_{C_r} - F_{M_r}, \quad (2)$$

де індекс k відноситься до краплини металу;

F_{Π} , F_{Γ} , F_{C_z} , F_{M_z} – сили, що діють на частинку, сила що підіймає, гравітації, опору та маси, що приєдналася, відповідно, Н;

V_k – об'єм краплини, м^3 ;

u – швидкість руху краплини відносно шлаку, $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$;

ρ_k – густина краплини металу, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$.

Відповідні сили можна представити таким чином:

$$F_{\Pi} = V_k \rho_w g, \quad (3)$$

$$F_{\Gamma} = V_k \rho_k g, \quad (4)$$

$$F_{C_z} = \frac{1}{2} A_k C_{k,z} \rho_w u_z^2, \quad (5)$$

$$F_{C_r} = \frac{1}{2} A_k C_{k,r} \rho_w u_r^2, \quad (6)$$

$$F_{A,z} = \frac{1}{2} A_k V_k \rho_w \frac{du_z}{dt}, \quad (7)$$

$$F_{A,r} = \frac{1}{2} A_k V_k \rho_w \frac{du_r}{dt}, \quad (8)$$

де ρ_w – густина шлаку, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$;

g – прискорення сили тяжіння, $\text{м} \cdot \text{с}^{-2}$;

A_k – площа краплини, м^2 ;

u_z и u_r – швидкість руху краплини в z та r напрямку, відповідно, $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$;

C_k – коефіцієнт опору, який може бути обчислений за даними роботи [5] як:

$$C_{k,z} = 24 N_{Re,z}^{-1} (N_{Re,z} \leq 1,0);$$

$$C_{k,z} = 18,5 N_{Re,z}^{-0,6} (1,0 \leq N_{Re,z} \leq 1000); \quad (9)$$

$$C_{k,z} = 0,44 (1000 \leq N_{Re,z} \leq 10\,000),$$

та

$$C_{k,r} = 24 N_{Re,r}^{-1} (N_{Re,r} \leq 1,0);$$

$$C_{k,r} = 18,5 N_{Re,r}^{-0,6} (1,0 \leq N_{Re,r} \leq 1000); \quad (10)$$

$$C_{k,r} = 0,44 (1000 \leq N_{Re,r} \leq 10\,000),$$

де N_{Re} – число Рейнольдса в напрямках z та r та визначається як:

$$N_{Re,z} = \frac{\rho_w u_z D_k}{\mu_w}, \quad (11)$$

$$N_{Re,r} = \frac{\rho_w u_r D_k}{\mu_w}, \quad (12)$$

де D_k – діаметр краплини, м ;

$\mu_{\text{шлак}}$ – в'язкість шлаку, $\text{Па} \cdot \text{с}$.

Об'єднуємо рівняння (3) та (8), отримаємо:

$$\rho_k V_k \frac{du_z}{dt} = V_k \rho_w g - V_k \rho_k g - \frac{1}{2} A_k C_{k,z} \rho_w u_z^2 - \frac{1}{2} V_k \rho_w \frac{du_z}{dt}, \quad (13)$$

$$\rho_k V_k \frac{du_r}{dt} = -\frac{1}{2} A_k C_{k,r} \rho_w u_r^2 - \frac{1}{2} V_k \rho_w \frac{du_r}{dt}. \quad (14)$$

Після перетворень отримаємо:

$$\frac{du_z}{dt} = \frac{2(\rho_w - \rho_k)g}{\rho_w + 2\rho_k} - \frac{\rho_w C_{k,z}}{\rho_w + 2\rho_k} \cdot \frac{A_k}{V_k} u_z^2, \quad (15)$$

$$\frac{du_r}{dt} = -\frac{\rho_w C_{k,r}}{\rho_w + 2\rho_k} \cdot \frac{A_k}{V_k} u_r^2. \quad (16)$$

Приймаємо до уваги, що

$$A_k = \frac{1}{4} \pi D_k^2, \quad (17)$$

$$V_k = \frac{1}{6} \pi D_k^3. \quad (18)$$

Тоді рівняння (15) та (16) приймають вигляд:

$$\frac{du_z}{d\tau} = \frac{2(\rho_w - \rho_k)g}{\rho_w + 2\rho_k} - \frac{3\rho_w C_{k,z}}{2(\rho_w + 2\rho_k)D_k} u_z^2, \quad (19)$$

$$\frac{du_r}{d\tau} = -\frac{3\rho_w C_{k,r}}{2(\rho_w + 2\rho_k)D_k} u_r^2. \quad (20)$$

Для спрощення рівнянь (19) та (20) об'єднуємо сталі величини в константи:

$$K_0 = \frac{2(\rho_w - \rho_k)g}{\rho_w + 2\rho_k} u_r^2; \quad (21)$$

$$K_z = -\frac{3\rho_w C_{k,z}}{2(\rho_w + 2\rho_k)D_k}, \quad (\text{якщо } u_z > 0); \quad (22)$$

$$K_z = \frac{3\rho_w C_{k,z}}{2(\rho_w + 2\rho_k)D_k}, \quad (\text{якщо } u_z < 0); \quad (23)$$

$$K_r = -\frac{3\rho_w C_{k,r}}{2(\rho_w + 2\rho_k)D_k}, \quad (24)$$

де D_k – діаметр краплини, м.

Отже, отримаємо рівняння:

$$\frac{du_z}{d\tau} = K_0 + K_z u_z^2, \quad (25)$$

$$\frac{du_r}{d\tau} = K_r u_r^2. \quad (26)$$

Рівняння (25) та (26) описують модель руху краплин. Координати та траєкторії руху краплин можуть бути визначені як:

$$L_z = \int_0^\tau u_z d\tau, \quad (27)$$

$$L_r = \int_0^\tau u_r d\tau. \quad (28)$$

Тому з рівняння (27) резидентний час краплини металу в шлаку може бути представлений як:

$$L_z = \int_0^\tau u_z d\tau = 0. \quad (29)$$

Рішення рівнянь (25) та (26) наведено в роботі [6] та має вигляд:

$$\frac{u_z(i) - u_z(i-1)}{\Delta\tau} = K_0 + K_z(i-1)u_z(i-1)^2, \quad (30)$$

$$\frac{u_r(i) - u_r(i-1)}{\Delta\tau} = K_r(i-1)u_r(i-1)^2, \quad (31)$$

де i – швидкість в інтервалі часу та може бути розрахована як:

$$u_z(i) = u_z(i-1) + K_0 \Delta\tau + K_z(i-1)u_z(i-1)^2 \Delta\tau, \quad (32)$$

$$u_r(i) = u_r(i-1) + K_r(i-1)u_r(i-1)^2 \Delta\tau, \quad (33)$$

де $u_z(t)$, $u_r(i)$ – числове рішення рівнянь (25) та (26), що дозволяють визначити резидентний час і траєкторію руху краплини.

Траєкторія руху краплин може бути розрахована з використанням числових значень u_z і u_r , як:

$$L_z(i) = \sum_i \frac{1}{2} [u_z(i) + u_z(i-1)] \Delta\tau, \quad (34)$$

$$L_r(i) = \sum_i \frac{1}{2} [u_r(i) + u_r(i-1)] \Delta\tau. \quad (35)$$

Якщо $L_z(i)$ рівно або наближується до нуля, відповідний проміжок часу визначається як резидентний, тобто

$$\tau = \sum_i \Delta\tau. \quad (36)$$

За надходження крапель металу в шлак з неметалевими включеннями, що містяться в них, починається процес рафінування. Коли процес рафінування закінчується, крапля металу залишає фазу шлаку. Резидентний час є відрізок часу, за якого крапля металу знаходиться в шлаковій фазі.

Так, використовуючи рівняння (32) та (33), було визначено резидентний час перебування крапель металу в шлаковій фазі за різних витрат інертного газу та діаметрів пузиря (рис. 2). Як свідчать дані з рис. 2, збільшення діаметра пузиря і витрат газу призводить до збільшення резидентного часу перебування краплі металу в шлаковій фазі, що сприятливо позначається на процесі рафінування металу від неметалевих включень.

Кількість включень у краплях можна розрахувати як кількість включень, асимільованих шлаком у часі:

$$[\text{вес\% HB}] = a(1 + e^{-k\tau}), \quad (37)$$

де $[\text{вес\% HB}]$ – вміст неметалевих включень у краплині;

a та k – константи, що за даними роботи [5] становлять 1,47 та 0,313 відповідно.

Отже, швидкість рафінування можна представити як:

$$V_{\text{раф.}} = -\frac{d[\text{вес\%HB}]}{d\tau} = ake^{-k\tau}. \quad (38)$$

Ураховуючи той факт, що гетерогенні реакції, що відбуваються на межі поділу фаз, мають 1-й порядок, швидкість асиміляції неметалевих включень з використанням даних за резидентним часом можна представити як:

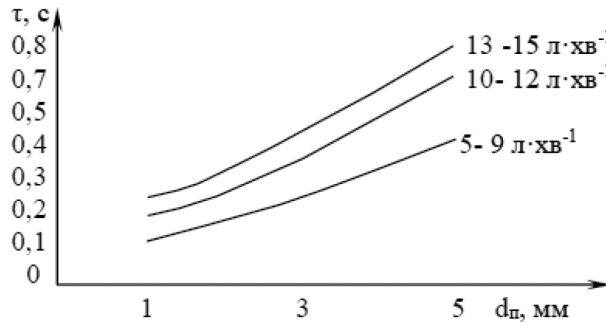


Рис. 2. Вплив діаметру пузиря та витрати газу на резидентний час перебування краплини металу у шлаковій фазі

$$V_{\text{раф.}} = -\frac{d[\text{вес\%HB}]}{d\tau} = k_{\text{эф.}} \frac{A_k}{V_k} \left([\text{вес\%HB}] - [\text{вес\%HB}]_p \right), \quad (39)$$

де $[\text{вес\%HB}]_p$ – рівноважний вміст неметалічних включень; $k_{\text{эф.}}$ – ефективна константа швидкості реакції, с^{-1} , котра визначається як:

$$k_{\text{эф.}} = 2 \sqrt{\frac{D_{\text{HB}} u_k}{\pi D_k}}, \quad (40)$$

де D_{HB} – коефіцієнт дифузії неметалевих включень у рідкому залізі, $\text{м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$; u_k – швидкість руху краплини, $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$.

На рис. 3. наведено результати розрахунків із використанням рівняння (39), які показали, що швидкість рафінування, а отже, і вага % вмісту неметалевих включень знижується з часом і за досягнення резидентного часу 0,4 стає сталою.

У процесі позапічного оброблення сталь покрита рідким синтетичним шлаком, тому в технологічному плані інтенсифікація перемішування металу в зоні, що безпосередньо прилягає до шлаку, має велике значення. Збільшення потужності перемішування фаз та площі поверхні контакту перемішування сприяє більш повному перебігу реакцій і дозволяє суттєво підвищити ефективність використання шлаку.

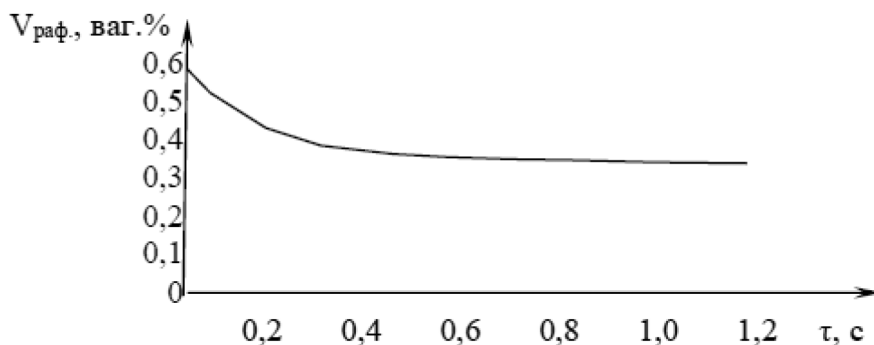


Рис. 3. Залежність швидкості рафінування металевих краплин у шлаковій фазі

Збільшення площі поверхні контакту відбувається шляхом утворення шлакометалевої емульсії на межі контактуючих фаз як результат проходження газових бульбашок через міжфазну границю. При цьому перенесення металу у фазу шлаку і частинок шлаку в метал відбувається шляхом прямого або непрямого диспергування. Перенесення частинок шлаку і металу здійснюється безпосередньо газовими пузирями, які, проходячи через міжфазну поверхню, піднімають її з утворенням купола металевої плівки в шарі шлаку, яка під час подальшого руху пузиря руйнується з утворенням колони рідкої фази, що втягується в шар шлаку нижньої периферійної частиною спливу.

За великих витрат нейтрального газу на продування через днище ковша над продувним пристроєм утворюється динамічна газорідинна область, яка, крім створення циркулюючого потоку металу в ковші, призводить до утворення так званої області «відкритого ока». Ця область є на дзеркалі металу, де відсутній шлак. Утворення області «відкритого ока» за великих витрат газу призводить до формування поблизу нього шару, що складається з окремих крапель шлаку, які легко можуть залучатися в рідку ванну металу низхідними і горизонтальними потоками і тим самим бути додатковим джерелом неметалічних включень.

Висновки. У результаті проведених розрахунків встановлено, що збільшення резидентного часу перебування краплі металу у фазі шлаку сприятливо позначається на процесі рафінування металу від неметалевих включень. При цьому він лежить у діапазоні

0,1–0,6 с, а середня швидкість рафінування становить 0,27–0,30 вага% с⁻¹. Високоякісні окатиші з низьким вмістом домішок підвищують ефективність продування аргонем, знижуючи початкову концентрацію включень і витрати на рафінування.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Merder T., Pieprzyca J., Wender R., Witek S. Model Studies of Metallurgical Processes Based on the Example of Blowing Steel with Argon. 2024. Vol. 4. p. 142–152.
2. Javurek M., Brummayer M., Winico R. Turbulent flow measurements in continuous steel casting mold water model. *Materials Today: Proceedings*. 2022. Vol. 62(5). p. 2581–2586.
3. Morales R. D., Calderón-Hurtado F. A., Chattopadhyay K., Guarneros S. J. Physical and mathematical modeling of flow structures of liquid steel in ladle stirring operations. *Metallurgical and Materials Transactions B*. 2020. 51(2), p. 628–648.
4. Tripathi P. K., Kumar D. S., Sarkar A., Vishwanath S. C. Optimization of bath mixing and steel cleanliness during steel refining through physical and mathematical modeling. *Academy Proceedings in Engineering Sciences*. 2021. Vol. (46). № 3. P. 34–42.
5. Momoko A., Manabu I. Filament and droplets formed behind a solid sphere rising across a liquid-liquid interface. *Materials Transactions*. 2004. Vol. (45). № 3. p. 870–876.
6. Brooks G., Pan Y., Coley K. Modeling of trajectory and residence time of metal droplets in slag-metal-gas emulsions in oxygen steelmaking. 2005. *Metallurgical and Materials Transactions B*. Vol.(36). № 4. p. 525–535.
7. Solhed H., Jonsson L., Jönsson P. A theoretical and Experimental Study of Continuous Casting Tundish Focusing on Slag-Steel Interaction. 2002 *Metallurgical and Materials Transactions B*. Vol. (33). № 2. p. 173–185.
8. Sami J. A Solid Inclusion Separation at the Steel – Slag Interface for Tundish Conditions in the Continuous Steel Casting Process 2007 Master's Thesis in Scientific Computing at Stockholm University. Sweden. Department of Numerical Analysis and Computer Science Royal Institute of Technology SE- 10044. P. 23–37.
9. L. L. Cao, Q. Liu, Z. Wang, and N. Li. Interaction behaviour between top blown jet and molten steel during BOF steelmaking process. 2018. *Ironmaking and Steelmaking*. Vol. 45. № 3. p. 239–248.
10. Cloete S. W., Eksteen J. J., Bradshaw S. M. A numerical modelling investigation into design variables influencing mixing efficiency in full scale gas stirred ladles. 2013. *Miner Eng*. Vol. 46–47. p. 16–24.
11. Yang K., Zhang X., Li M., Xiao Q., Wang H. Measurement of mixing time in a gas-liquid mixing system stirred by top-blown air using ECT and image analysis. 2022. *Flow Measurement and Instrumentation*. Vol. 84. № 4. p. 102–113.

REFERENCES:

1. Merder, T., Pieprzyca, J., Wender, R., & Witek, S. (2024). Model studies of metallurgical processes based on the example of blowing steel with argon. *Materials*, 4, 142–152.
2. Javurek, M., Brummayer, M., & Winico, R. (2022). Turbulent flow measurements in a continuous steel casting mold water model. *Materials Today: Proceedings*, 62(5), 2581–2586.
3. Morales, R. D., Calderón-Hurtado, F. A., Chattopadhyay, K., & Guarneros, S. J. (2020). Physical and mathematical modeling of flow structures of liquid steel in ladle stirring operations. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 51(2), 628–648.
4. Tripathi, P. K., Kumar, D. S., Sarkar, A., & Vishwanath, S. C. (2021). Optimization of bath mixing and steel cleanliness during steel refining through physical and mathematical modeling. *Academy Proceedings in Engineering Sciences*, 46(3), 34–42.
5. Momoko, A., & Manabu, I. (2004). Filament and droplets formed behind a solid sphere rising across a liquid-liquid interface. *Materials Transactions*, 45(3), 870–876.
6. Brooks, G., Pan, Y., & Coley, K. (2005). Modeling of trajectory and residence time of metal droplets in slag-metal-gas emulsions in oxygen steelmaking. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 36(4), 525–535.
7. Solhed, H., Jonsson, L., & Jönsson, P. (2002). A theoretical and experimental study of continuous casting tundish focusing on slag-steel interaction. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 33(2), 173–185.
8. Sami, J. A. (2007). *Solid inclusion separation at the steel-slag interface for tundish conditions in the continuous steel casting process* [Unpublished master's thesis]. Stockholm University, Department of Numerical Analysis and Computer Science, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden.

9. Cao, L. L., Liu, Q., Wang, Z., & Li, N. (2018). Interaction behaviour between top blown jet and molten steel during BOF steelmaking process. *Ironmaking and Steelmaking*, 45(3), 239–248.
10. Cloete, S. W., Eksteen, J. J., & Bradshaw, S. M. (2013). A numerical modelling investigation into design variables influencing mixing efficiency in full scale gas stirred ladles. *Minerals Engineering*, 46–47, 16–24.
11. Yang, K., Zhang, X., Li, M., Xiao, Q., & Wang, H. (2022). Measurement of mixing time in a gas-liquid mixing system stirred by top-blown air using ECT and image analysis. *Flow Measurement and Instrumentation*, 84(4), 102–113.